Instituto Federal De Educação, Ciências e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN
Projeto de extensão - Matemática básica: um auxílio aos nossos estudos em tempo de pandemia.
Curso: Matemática Fundamental
Professora: Enne Karol
Monitores: Fabiany e Marcelo

Regra de Três

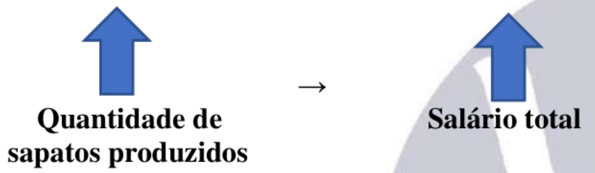
Grandezas

Em Matemática, chamamos de grandeza tudo aquilo que pode ser medido ou contado, como, por exemplo, o tempo, custo, massa, quantidades diversas, dentre outros. Além disso, existem dois tipos de grandezas: a diretamente proporcional e a inversamente proporcional.

- **Grandezas diretamente proporcionais**

Duas (ou mais) grandezas são ditas diretamente proporcionais quando aumentam ou diminuem na mesma proporção, ou seja, à medida que uma cresce/diminui, a outra também cresce/diminui com a mesma intensidade.

Exemplo: Cinco pessoas trabalham em um uma certa fábrica de sapatos, onde além do salário fixo, ganham uma comissão por cada lote de 10 pares finalizado. Observe o seguinte:

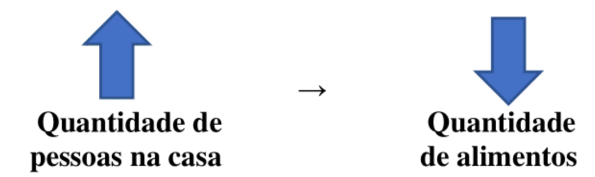


Ou seja, a cada par de sapato a mais produzido, o salário aumenta, da mesma forma que se forem produzidos menos pares de sapato, o salário será menor. Temos então duas grandezas (quantidade de sapatos e valor do salário) que crescem/diminuem com a mesma proporção, portanto, são diretamente proporcionais.

- **Grandezas inversamente proporcionais**

Duas (ou mais) grandezas são ditas inversamente proporcionais quando uma delas aumenta, enquanto a outra diminui na mesma proporção, ou seja, à medida que uma cresce, a outra diminui com a mesma intensidade.

Exemplo: Um casal está isolado em sua residência durante a pandemia de Covid-19 e compraram alimentos suficientes para que passassem um mês sem precisar ir ao supermercado. Todavia, a mãe do rapaz precisou ir para a casa deles por um período. Sendo assim, a comida que seria suficiente para um mês, agora acabará mais rápido, pois terá mais uma pessoa para consumi-la. Nesse caso, temos o seguinte:



Cada pessoa a mais que vier para essa casa fará com que os alimentos acabem antes do previsto, da mesma forma que se a quantidade de pessoas diminuir, os alimentos levarão mais tempo para acabarem, logo, essas duas grandezas (quantidade de pessoas e quantidade de alimentos) são inversamente proporcionais.

Regra de três simples

Em um determinado problema, quando conhecemos dois dados de uma grandeza e apenas um de outra, sabendo que as duas têm uma relação de proporcionalidade entre si, podemos encontrar o segundo valor dessa grandeza utilizando um procedimento conhecido em Matemática como cálculo de regra de três simples, que funcionam da seguinte forma: primeiramente, organizamos as informações de modo que sigam sua proporcionalidade, sabendo que uma está para outra. Por exemplo. Dadas as grandezas 1, que contém os elementos "a" e "b" e a grandeza 2 que contém o elemento "c". Queremos encontrar o segundo elemento dessa grandeza, o qual denominaremos de "x", sabendo que a está para b, assim como c está para x:

Grandeza 1	Grandeza 2
a	c
b	**x**

Feito isso, devemos agora analisar se as grandezas são diretas ou inversamente proporcionais entre si.

- **Se forem diretamente proporcionais:**

Sendo as duas diretamente proporcionais, colocaremos uma seta ao lado da grandeza que contém o valor desconhecido, estando sempre apontada para a direção em que o mesmo se encontra.

Grandeza 1	Grandeza 2
a	c
b	**x**

Da mesma forma, por serem diretamente proporcionais, devemos colocar uma seta do lado da outra grandeza, na mesma direção em que colocamos a primeira.

Grandeza 1	Grandeza 2
a	c
b	**x**

Quando as setas são alocadas na mesma direção, a proporção a será montada seguindo a mesma ordem disposta na tabela.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{c}{x}}$$

Com isso, podemos resolver essa equação utilizando o método da multiplicação dos meios pelos extremos.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow a.x = b.c}$$

$$\boldsymbol{\therefore x = \frac{b.c}{a}}$$

- **Se forem inversamente proporcionais:**

Sendo as duas inversamente proporcionais, colocamos as setas em direções contrárias, lembrando que a seta que ficará ao lado da grandeza que se deseja encontrar um valor ficará sempre apontando na direção em que está o mesmo.

Grandeza 1	Grandeza 2
a	c
b	**x**

Quando as setas são alocadas em direções diferentes, para montar a proporção, devemos primeiro inverter a grandeza na qual a seta está ao contrário, para que fique na mesma proporção que a outra.

Grandeza 1	Grandeza 2
b	c
a	**x**

Agora, montaremos a proporção da mesma forma que a anterior, trocando apenas a disposição do a e do b.

$$\boldsymbol{\frac{b}{a} = \frac{c}{x} \Rightarrow b.x = a.c}$$

$$\boldsymbol{\therefore x = \frac{a.c}{b}}$$

Regra de três composta

A regra de três composta é utilizada de forma semelhante à simples, porém quando existem mais que duas grandezas. Sejam 3 grandezas, as quais denominaremos de grandezas 1, 2 e 3, onde conhecemos os dados da grandeza 1 (“a” e “b”), os da grandeza 2 (“c” e “d”) e apenas um da grandeza 3 (“e”). Chamemos o valor desconhecido de “x”. Seguindo o padrão anterior, iremos inicialmente organizar esses dados em uma tabela, de modo a seguir a proporção entre eles.

Grandeza 1	Grandeza 2	Grandeza 3
a	c	e
b	d	x

Analisaremos cada uma das grandezas em relação a grandeza 3, que é a que contêm o valor desconhecido, para saber se são diretas ou inversamente proporcionais. Feito isso, utilizaremos setas para representar, como feito na regra de três simples.

- **Se forem diretamente proporcionais:**

Grandeza 1	Grandeza 2	Grandeza 3
a	c	e
b	d	x

Montaremos a proporção, sabendo que a razão dada pelos valores da grandeza 3 é igual a multiplicação entre as razões da grandeza 1 e da grandeza 2.

$$\boldsymbol{\frac{e}{x} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}}$$

Com isso, realizaremos a multiplicação de frações e, em seguida, a multiplicação dos meios pelos extremos.

$$\boldsymbol{\frac{e}{x} = \frac{a.c}{b.d}}$$

$$\boldsymbol{\frac{e}{x} = \frac{a.c}{b.d} \Rightarrow x.a.c = e.b.d}$$

$$\boldsymbol{\therefore x = \frac{e.b.d}{a.c}}$$

- **Se forem inversamente proporcionais:**

Às grandezas que forem inversamente proporcionais à que contém o valor desconhecido, acrescentaremos setas com direções diferentes da mesma. Consideremos que a grandeza 1 é inversamente proporcional à 3 e a 2 é diretamente proporcional. Devemos colocar uma seta na mesma direção da 3 para a grandeza 2 e uma em direção oposta para a grandeza 1.

Grandeza 1	Grandeza 2	Grandeza 3
a	c	e
b	d	x

Ao montar a proporção, as grandezas diretamente proporcionais serão escritas na mesma ordem que estão na tabela, enquanto a inversa será escrita ao contrário.

$$\boldsymbol{\frac{e}{x} = \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{d}}$$

E será resolvida da mesma forma que as anteriores.

$$\boldsymbol{\frac{e}{x} = \frac{b.c}{a.d}}$$

$$\boldsymbol{\frac{e}{x} = \frac{b.c}{a.d} \Rightarrow x.b.c = e.a.d}$$

$$\boldsymbol{\therefore x = \frac{e.a.d}{b.c}}$$

Exercícios

1. Diagramar é determinar a disposição de textos e imagens em uma página de um livro, jornal ou revista, por exemplo. Para diagramar um livro que tem 45 linhas em cada página, são necessárias 280 páginas. Quantas páginas com 30 linhas seriam necessárias para diagramar o mesmo livro?
   a) 420 b) 500 c) 560 d) 640
2. Para construir a cobertura de uma quadra de basquete, 25 operários levaram 48 dias. Se fosse construída uma cobertura idêntica em outra quadra e fossem contratados 40 operários com as mesmas qualificações que os primeiros, em quantos dias a cobertura estaria pronta?
   a) 20 dias b) 25 dias c) 30 dias d) 35 dias
3. Para azulejar uma parede retangular que tem 19,5 m² de área foram usados 585 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para cobrir uma parede que tem 15 m² de área?
   a) 400 b) 450 c) 500 d) 550
4. (EsSA - 1992) Dez pessoas realizam um trabalho em 15 dias. Seis pessoas fariam o mesmo trabalho em:
   a) 9 dias b) 10 dias c) 15 dias d) 20 dias e) 25 dias
5. Em uma fábrica de automóveis, 8 robôs idênticos fazem certo serviço em 24horas. Em quanto tempo 6 desses robôs fariam o mesmo serviço?
   a) 30 hs b) 31 hs c) 32 hs 33 hs
6. Em 30 dias, uma frota de 25 táxis consome 100000 L de combustível. Em quantos dias uma frota de 36 táxis consumiria 240000 L de combustível?
   a) 37 dias b) 50 dias c) 62 dias d) 70 dias
7. Um folheto informa que uma torneira pingando 20 gotas por minuto, em 30 dias, ocasiona um desperdício de 100 L de água. Na casa de Helena, uma torneira esteve pingando 30 gotas por minuto durante 50 dias. Calcule quantos litros de água foram desperdiçados nesse período.
   a) 100 L b) 150 L c) 200 L d) 250 L
8. (USP-SP) Uma família composta de 6 pessoas consome em 2 dias 3 Kg de pão. Quantos quilos serão necessários para alimentá-la durante 5 dias, estando ausente 2 pessoas?
   a) 3 b) 2 c) 4 d) 6 e) 5
9. (B.B-Franca) Sabendo que 3 operários, trabalhando 2 dias a 7 horas por dia, fizeram 126 metros de certa obra, calcular quantos metros da mesma obra farão 2 operários trabalhando 5 dias a 3 horas por dia.
   a) 50 m b) 90 m c) 60 m d) 80 m e) 70 m
10. (PROFMAT-2011) Um fazendeiro possui ração suficiente para alimentar suas vacas 16 durante 62 dias. Após 14 dias, ele vendeu 4 vacas. Passados 15 dias ele compra 9 vacas. Depois desta última compra, a reserva de ração foi suficiente para alimentar as vacas por mais:
    a) 40 dias b) 36 dias c) 32 dias d) 30 dias e) 28 dias