Instituto Federal De Educação, Ciências e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN
Projeto de extensão - Matemática básica: um auxílio aos nossos estudos em tempo de pandemia.
Curso: Matemática Fundamental
Professora: Enne Karol
Monitores: Fabiany e Marcelo

Conjuntos

Noção de Conjunto

De uso corrente em Matemática, a noção básica de conjunto não é definida, ou seja, é aceita intuitivamente e, por isso, chamada **noção primitiva.** Ela foi utilizada primeiramente por Georg Cantor (1845 – 1918), matemático nascido em São Petersburgo, Rússia, mas que passou a maior parte da vida na Alemanha. Segundo Cantor, a noção de conjunto designa uma coleção de objetos bem definidos e discerníveis, chamados elementos do conjunto.

Observe os conceitos:

- **Conjunto:** designado, em geral, por uma letra maiúscula (A, B, C, ..., Y, Z);
- **Elemento:** designado, em geral, por uma letra minúscula (a, b, c, ..., y, z);
- **Pertinência:** a relação entre elemento e conjunto, denotado pelo símbolo ∈, que se lê "pertence a".

Assim, por exemplo, se **A** é o conjunto das cores da bandeira do Brasil, designadas por **v** (verde), **a** (amarelo), **z** (azul) e **b** (branco), podemos falar que **v, a, z, b** são elementos de **A**, o qual pode ser representado colocando-se os elementos entre chaves, como segue:

$$A = \{v, a, z, b\},$$

Dizemos, então, que $v \in A$, $a \in A$, $z \in A$ e $v \in A$.

- Os símbolos ∉ e ≠ são usados para expressar as negações de ∈ e =, respectivamente. No exemplo a acima, temos que $v \neq A$ e, se designarmos a cor preta por **p,** temos que $p \notin A$.
- Além de poder ser descrito enumerando-se um a um seus elementos, como mostrado no exemplo anterior, um conjunto pode ser designado por uma propriedade característica de seus elementos. Nesse caso, podemos representa-lo da seguinte forma:

$$A = \{x \mid x \text{ é cor da bandeira do Brasil}\}$$

(lê-se: tal que)

Observações:

- Há conjuntos que possuem um único elemento, chamados **conjuntos unitários,** e há um conjunto que não possui elementos, chamado conjunto vazio e indicado por { } ou ∅.
- Há conjuntos cujo elementos também são conjuntos, como, por exemplo:

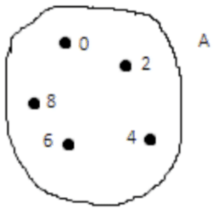
$$F = \{\emptyset, \{a\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,b,c\}$$

A esses, denominamos subconjuntos de F.

Curiosidade...

John Venn (1834-1923), matemático e lógico inglês, usou uma região plana limitada por uma linha fechada e não entrelaçada para representar, em seu interior, os elementos de um conjunto. Essa representação é conhecida como diagrama de Venn.

Assim, por exemplo, temos a figura a baixo, que mostra uma representação do conjunto A = {0, 2, 4, 6, 8} por meio de um diagrama de Venn.



Subconjuntos – relação de inclusão

Consideremos os conjuntos A = { x | x é letra da palavra "ralar"} e B = {x | x é letra da palavra "algazarra"}; ou seja:

$$A = \{r, a, l\} \text{ e } B = \{a, l, g, z, r\}$$

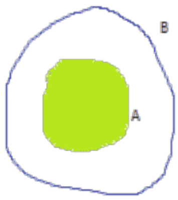
Note que todo elemento de **A** é também elemento de **B**. Nesse caso, dizemos que **A** é um **subconjunto** ou uma **parte** de **B**, o que é indicado por:

$A \subset B$ (lê-se: **A** está **contido** em **B**, ou **A** é um **subconjunto** de **B**, ou **A** é uma **parte** de **B**), ou, ainda:

$B \supset A$ (lê-se: **B contém A**).

Observações:

- A relação de inclusão entre dois conjuntos, A e B, pode ser ilustrada por meio de um diagrama de Venn, como na figura ao lado.



- Os símbolos ⊄ e ⊅ são as negações de ⊂ e ⊃, respectivamente.

Assim, sendo, temos:

A ⊄ B se pelo menos um elemento de A não

Propriedades da relação de inclusão

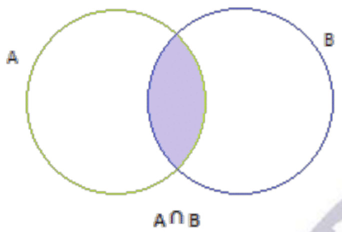
Quaisquer que sejam os conjuntos **A, B** e **C**, temos:

- $\emptyset \subset A$
- **Reflexiva**: $A \subset A$.
- **Transitiva**: Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$.
- **Antissimétrica**: Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$.

Interseção e união

A partir de dois conjuntos A e B podemos construir novos conjuntos cujos elementos devem obedecer a condições preestabelecidas.

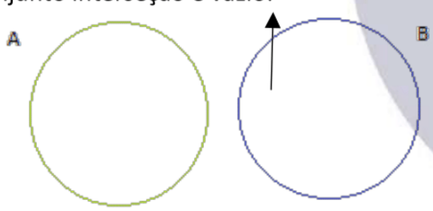
Por exemplo, dados os conjuntos A e B, podemos determinar um conjunto cujos elementos pertencem simultaneamente a A e a B. Esse conjunto é chamado interseção de A e B e indicado por $A \cap B$, que se lê “A



interseção B”, ou, simplesmente, “A inter B”. Assim, define-se:

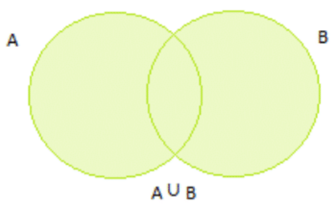
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Quando A e B não têm elementos em comum, ou seja, não tem interseção entre os dois, dizemos que o conjunto interseção é vazio:



$$A \cap B = \emptyset$$

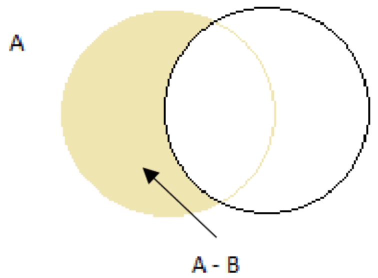
A partir de dois conjuntos, A e B, também se pode obter um novo conjunto cujos elementos pertencem a pelo menos um dos conjuntos dados, ou seja, ou pertencem somente a A, ou somente a B, ou a ambos. O conjunto assim obtido é chamado união de A e B e indicado por $A \cup B$, que se lê “A união B”. Assim, define-se:



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Diferença

Dados os conjuntos A e B, podemos determinar um conjunto cujos elementos pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B. Esse conjunto é chamado diferença entre A e B e indicado por A – B, que se lê “A menos B”. Assim, define-se:



$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Conjuntos Numéricos

Conjunto dos Naturais (IN)

$$IN = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

Subconjunto dos Naturais.

- **Conjunto dos Naturais não nulos.**

  $IN^* = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

- **Conjunto dos Naturais pares**

  $IN_p = \{0, 2, 4, 6, 8, ...\}$

- **Conjunto dos Naturais ímpares**

  $IN_i = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$

Propriedades:

- A soma ou o produto de dois números naturais quaisquer, é um número natural. Isto é:

$$\forall, a \text{ e } b \in IN \Rightarrow a + b \in IN \text{ e } a \, . \, b \in IN$$

Ex.: $2 + 3 = 5$ $\qquad$ $2 \, . \, 3 = 6$

Se n é um natural, então n + 1 é natural e dizemos que:

- n e n + 1 são consecutivos;
- n é o antecessor de n + 1;
- n + 1 é o sucessor de n.

Ex.: 3 e 4 são consecutivos, 4 é o sucessor de 3, logo 3 é o antecessor de 4.

Obs.: O zero é o único natural que não possui antecessor natural.

Conjunto dos Números Inteiros

$$Z = \{... ,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Subconjunto dos Inteiros.

- **Conjunto dos Inteiros não nulo**

  $Z^* = \{ ... ,-3, -2, -1, 1, 2, 3, ... \} = Z - \{0\}$

- **Conjunto dos inteiros não negativos**

  $Z_+ = \{0,1,2,3,4,5,...\} = Z_+ = IN$
- **Conjunto dos inteiros não positivos**

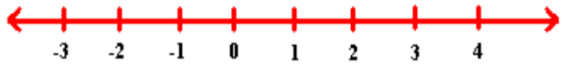
  $Z\_ = \{0,-1,-2,-3,-4,-5,...\}$
- **Conjunto dos inteiros positivos**

  $Z_+^* = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\} = Z_+^* = IN^*$
- **Conjunto dos inteiros negativos**

  $Z_-^* = \{ ... ,-3, -2, -1\}$

Número oposto ou simétrico

Dado dois números inteiros dizemos que um é oposto do outro quando apresentam soma igual a zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem.



Obs.: O oposto de zero é o próprio zero.

Módulo de um número inteiro

Damos o nome de módulo, ou valor absoluto de a, à distância da origem ao ponto que representa o número a.

Assim, dizemos que o módulo de – 2 é 2, e que o módulo de 2 também é 2; indicamos | – 2 | = 2 e | 2 | = 2.

Ex.: Calcule :

a) | – 7 | = b) | 8 | = c) | 2 – 8 | =

Comparação

- Todo número positivo é maior que qualquer número negativo ou zero.
- Zero é maior que qualquer número negativo.
- Quanto mais à direita estiver representado um número sobre a reta numérica maior ele será.

Ex.: Compare os números inteiros abaixo utilizando > ou <.

a) 12 – 18

b) – 6 0

c) – 98 – 99

Operações com números inteiros

Adição e Subtração

Na adição e na subtração entre números inteiros temos dois casos a considerar sendo esses:

1º Caso: Sinais igual:

Conserva-se o sinal e somamos os elementos.

2º Caso: Sinais diferentes:

Subtraímos os valores e conservamos o sinal de quem possuir o maior módulo.

Ex.: Efetue as operações abaixo:

a) + 15 +13 =

b) – 9 – 13 =

c) 12 – 23 =

d) – 16 + 28 =

e) – 45 + 17 =

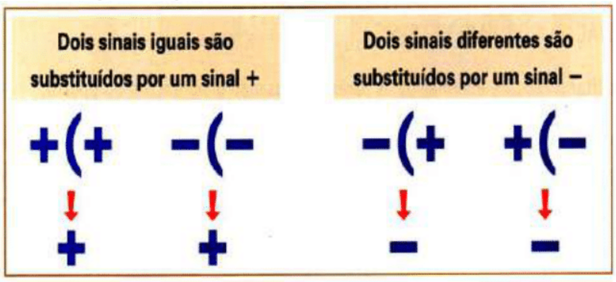
f) 3 – (– 6) =

g) – 5 + (– 7) =

h) 6 – (+ 6) =

i) – 12 + (+8) =

Eliminação de parênteses, colchetes e chaves



Multiplicação e Divisão

A multiplicação e a divisão entre elementos de sinais iguais, resultado positivo e com sinais diferentes, resultado negativo, isto quando realizadas dois a dois.

Ex.: Efetue as operações abaixo:

a) + 3 . (+6) =

b) – 2 . (– 4) =

c) (– 3) . (– 5) =

d) (+ 4) . (– 6) =

e) (+ 81) : (– 3) =

f) (–105) : (– 5) =

Propriedades:

- A soma, a subtração ou o produto de dois números inteiro quaisquer, é um número inteiro.

Expressões numéricas

Expressões numéricas que envolvam sinais de associação devem ser resolvidas com a seguinte prioridade:

1. ( ) parênteses
2. [ ] colchetes
3. { } chaves

Expressões que envolvem mais de uma operação, deve ser resolvida pela seguinte ordem:

1. Potenciação e radiciação, na ordem que vierem.
2. Multiplicação e divisão, na ordem que vierem.
3. Adição e subtração, na ordem que vierem.

Exercícios

1. Num colégio de 100 alunos, 80 gostam de sorvete de chocolate, 70 gostam de sorvete de creme e 60 gostam dos dois sabores. Quantos não gostam de nenhum dos dois sabores?
   a) 0
   b) 10
   c) 20
   d) 30
   e) 40
2. (UERGS 2005) Oitenta alunos de uma sala de aula responderam às duas questões de uma prova, verificando-se os seguintes resultados:

   I - 30 alunos acertaram as duas questões.
   II - 52 alunos acertaram a 1ª questão.
   III - 44 alunos acertaram a 2ª questão.

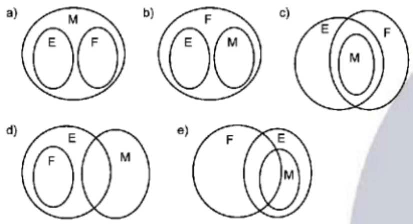
   Nessas condições, conclui-se que:
   a) Nenhum aluno errou as duas questões.

b) Não é possível determinar o número de alunos que erraram as duas questões.
c) 72 alunos acertaram pelo menos uma questão.
d) 16 alunos erraram as duas questões.
e) 36 alunos acertaram somente uma questão.

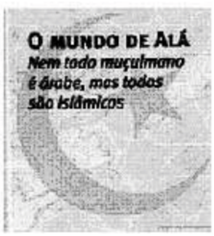
3. (UFRN 2001) Uma pesquisa de opinião, realizada num bairro de Natal, apresentou o resultado seguinte: 65% dos entrevistados freqüentavam a praia de Ponta Negra, 55% freqüentavam a praia do Meio e 15% não iam à praia. De acordo com essa pesquisa, o percentual dos entrevistados que freqüentavam ambas as praias era de:
a) 20% b) 35% c) 40% d) 25%

4. (UFG 2005) A afirmação "Todo jovem que gosta de matemática adora esportes e festas" pode ser representada segundo o diagrama:

M = { jovens que gostam de matemática }
E = { jovens que adoram esportes }
F = { jovens que adoram festas }



5. (UFF 2004) Os muçulmanos sequer se limitam aos países de etnia árabe, como muitos imaginam. Por exemplo, a maior concentração de muçulmanos do mundo encontra-se na Indonésia, que não é um país de etnia árabe.
Adaptado da Super interessante, Ed. 169 - out. 2001.



Considere T o conjunto de todas as pessoas do mundo; M o conjunto de todas aquelas que são muçulmanas e A o conjunto de todas aquelas que são árabes. Sabendo que nem toda pessoa que é muçulmana é árabe, pode-se representar o conjunto de pessoas do mundo que não são muçulmanas nem árabes por:

a) a) T - (A ∪ M)
b) b) T - A
c) c) T - (A ∩ M)
d) d) (A - M) ∪ (M - A)
e) e) M – A

6. (PUCPR 2007)

Observando a tirinha e considerando N = { 0, 1, 2, 3,...}, o conjunto dos números naturais, analise as seguintes afirmações:

I) Para qualquer número natural escolhido, a resposta da moça sempre estará correta.
II) Existe um único número natural que não satisfaz a resposta da moça.
III) Existem dois números naturais que não satisfazem a resposta da moça.
Então, pode-se concluir que:
a) Somente uma afirmação é verdadeira.
b) As afirmações I e III são verdadeiras.
c) As afirmações II e III são verdadeiras.
d) As afirmações I e II são verdadeiras.
e) As afirmações I , II e III são FALSAS.

7. A escola de Victor promoveu uma excursão a bienal do livro em São Paulo e dela participaram 576 pessoas entre alunos e professores. A empresa contratada para o transporte usou ônibus com 35 lugares. Qual foi o número mínimo de ônibus necessário?

a) 18 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17

8. O número três milhões, setenta mil e oito corresponde a:

a) 3.708.000 b) 370.008 c) 3.070.008 d) 3.078.000

9. A soma de três números naturais consecutivos é um número

a) par
b) impar
c) primo
d) quadrado perfeito
e) múltiplo de 3

10. Uma prateleira de almoxarifado tem 6 caixas de envelopes. Cada caixa, quando está fechada, tem 200 envelopes. Uma das caixas da prateleira está aberta porque alguém usou metade dos envelopes da caixa. Assim, o total de envelopes que há nas caixas da prateleira é igual a:

a) 1200 b) 1100 c) 1000 d) 900

11. Vinte pessoas resolveram alugar um barco por R$ 200,00, quantia que seria dividida igualmente entre todos. No dia do passeio algumas pessoas desistiram. Por causa disso, cada participante do passeio teve que pagar R$ 15,00 a mais. Quantas pessoas desistiram do passeio?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

12. O valor da expressão 78 - (-45 -37) é:

a) 33 b) 160 c) -4 d) 60 e) 74

13. (CESGRANRIO 2005) Considere as seguintes proposições:

I - o maior número inteiro negativo é -1;

II - dados os números inteiros -50 e -80, temos -50 < -80;

III - zero é um número inteiro

Está(ão) correta(s) a(s) proposição(ões):

a) II, apenas. b) I, apenas. c) I, II e III.

d) I e II, apenas. e) I e III, apenas.

14. (CN 2000) Numa prova de vinte questões, valendo meio ponto cada uma, três questões erradas anulam uma certa. Qual é a nota de um aluno que errou nove questões em toda essa prova?

a) quatro
b) cinco
c) quatro e meio
d) cindo e meio
e) seis e meio

15. (OBMEP 2005) Um time ganha 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto em caso de derrota. Até hoje cada time já disputou 20 jogos. Se um desses times venceu 8 jogos e perdeu outros 8 jogos, quantos pontos ele tem até agora?

a) 23 b) 25 c) 26 d) 27 e) 28